

## MODOS PRINCIPALES DE OSCILACIÓN DE LA PRECIPITACIÓN PENINSULAR

María Luisa MARTÍN, María Yolanda LUNA y Francisco VALERO  
*Dpto. Astrofísica y CC. Atmósfera. Facultad CC. Físicas. UCM*

### RESUMEN

El análisis de Patrones de Oscilación Principales de series de precipitación mensual acumulada filtrada entre 18 y 96 meses dio como resultados un modo complejo con un período de oscilación de 36 meses y un tiempo de amortiguamiento de 10 meses. Los resultados de este análisis produjeron errores menores que los obtenidos con un modelo de persistencia.

**Palabras clave:** patrones de oscilación principales, precipitación mensual acumulada, predicción.

### ABSTRACT

Principal Oscillation Pattern analysis is applied to monthly filtered precipitation retaining all variance between 18 and 96 months. A complex mode with an oscillation period of 36 months and an e-folding time of 10 months is obtained. This analysis yields smaller errors than a persistence model do.

**Key words:** Main oscillation patterns, accumulated monthly precipitation, forecast

### 1. INTRODUCCIÓN

El análisis de patrones de oscilación principales se ha aplicado recientemente para analizar series temporales multivariantes y predecir diversos campos climatológicos (VON STORCH *et al.*, 1990; XU, 1993). Este método extrae la información concerniente al comportamiento oscilatorio de las ondas más importantes de un conjunto de datos identificando las características espaciales y temporales del sistema completo a partir de los modos normales más significativos de dicho sistema. Los patrones de oscilación principales representan “auto-oscilaciones” de un sistema dinámico lineal y los autovalores asociados conllevan dos características temporales: un período de oscilación y un tiempo de amortiguación.

En este trabajo, la modelización mediante patrones de oscilación principales es aplicada para el análisis y la predicción de series de precipitación mensual acumulada filtrada de la Península Ibérica.

## 2. DATOS

Los datos consisten en series de precipitación mensual acumulada de la base de datos *SED* (Southwestern Europe Dataset) desarrollada por GONZÁLEZ (1997) y GONZÁLEZ *et al.* (1999) y constituida por 92 estaciones distribuidas sobre la Península Ibérica, sur de Francia y norte de África. La base de datos se sometió a varios procesos de control de calidad (tratamiento de datos anómalos, homogeneización e interpolación de datos perdidos). Los datos observacionales recorren el intervalo temporal 1899 a 1989. La distribución espacial de observatorios se ilustra en la Figura 1.

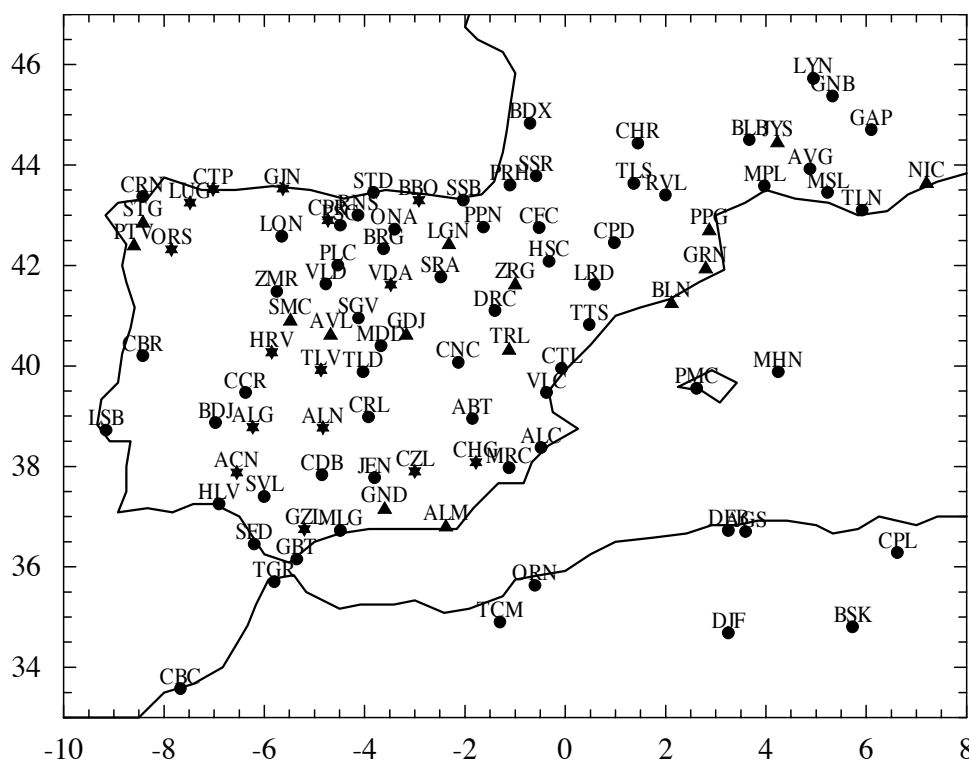


Figura 1. Distribución espacial de la base de datos *SED*.

Los datos observacionales *SED* correspondientes al período 1899 a 1978 se utilizaron como período de calibración reservándose el resto del intervalo temporal para el proceso de validación (1979-1989). Los datos se filtraron con un filtro pasobanda utilizando como frecuencias de corte 18 y 96 meses. Posteriormente, se efectuó un análisis de componentes principales reteniendo 18 componentes que cuentan con el 85% de la varianza total. Estas componentes principales se utilizan como entrada al análisis de patrones de oscilación principales.

### 3.METODOLOGÍA

El análisis de Patrones de Oscilación Principales (*POP*) es una técnica multivariante que infiere empíricamente las características de las variaciones espacio-temporales de un sistema complejo identificando sus modos normales. Los datos están sujetos previamente a un Análisis de Componentes Principales (*ACP*) para reducir el número de grados de libertad espacial de forma que el ruido o la información redundante se excluye de las series temporales. Las  $N$  componentes principales significativas,  $\mathbf{X}(t)$ , se supone que evolucionan como un proceso de Markov lineal de primer orden en el espacio  $N$ -dimensional

$$\mathbf{X}(t + 1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \zeta(t) \tag{1}$$

donde  $\mathbf{A}$  es la matriz del sistema y  $\zeta(t)$  representa la contribución de los procesos de menor escala y efectos no lineales y se asume como forzamiento de ruido blanco Gaussiano. Los modos normales del sistema son los autovectores  $\mathbf{P}$  de la matriz  $\mathbf{A}$ . Normalmente,  $\mathbf{A}$  es una matriz no simétrica y sus autovalores,  $\lambda$ , y autovectores,  $\mathbf{P}$ , pueden aparecer como parejas de complejos conjugados. En el caso en que  $\zeta(t) = 0$ , el vector de estado  $\mathbf{X}$  puede expresarse en función de los modos normales del proceso como

$$\tag{2}$$

donde  $z_j(t)$  son las series temporales de coeficientes del modo  $\mathbf{P}_j$  que dependen de todos los modos, ya que los modos  $\mathbf{P}_j$  no cumplen la condición de ortogonalidad. Si la dinámica del sistema es conocida, la matriz  $\mathbf{A}$  puede ser analíticamente obtenida pero, en general, la dinámica del sistema se desconoce o es demasiado compleja por lo que la matriz se estima considerando que un conjunto finito de observaciones describe el sistema. Así, la matriz  $\mathbf{A}$  se obtiene a partir de las matrices de covarianza de los datos observados con retardos nulo y primero.

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{j=1}^N z_j(t) \mathbf{P}_j$$

Los autovectores o modos normales de (1) se denominan patrones de oscilación principales (*POPs*) y los coeficientes temporales  $z_j(t)$ , coeficientes *POP* cuya evolución temporal está dada por

$$z_j(t + 1) = \lambda_j z_j(t) + ruido \tag{3}$$

Esta expresión indica que las series temporales  $z_j$  tienen una oscilación armónica (amortiguada,  $|\lambda| < 1$ ,

o creciente,  $|\lambda| > 1$ ) con un período de oscilación,  $\tau_j = \frac{2\pi}{\omega_j}$   
 y un tiempo de amortiguación,  $e_f = -\frac{1}{\ln|\lambda_j|}$

para el autovalor  $\lambda_j = |\lambda_j| \exp(i\omega_j)$ . Nótese que  $|\lambda|$  debe ser menor que la unidad por la condición estacionaria de  $\mathbf{X}$ . En ausencia de ruido y para un modo normal dado,  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^1 + i\mathbf{P}^2$ , con período  $\tau$ , (3) describe la evolución dinámica del sistema como una secuencia cíclica de los patrones real e imaginario

$$\dots \rightarrow \mathbf{P}^2 \rightarrow \mathbf{P}^1 \rightarrow -\mathbf{P}^2 \rightarrow -\mathbf{P}^1 \rightarrow \mathbf{P}^2 \rightarrow \dots \tag{4}$$

con un valor de  $\pi/4$  en la transición de dos patrones consecutivos. La secuencia será completada teóricamente en un período de tiempo  $\tau$ ; en la práctica, algunos ciclos se completan en tiempos mayores o menores que  $\tau$ . La misma situación ocurre para el tiempo de amortiguación; una amplitud compleja de valor unidad será amortiguada  $1/e$  en un tiempo  $e_f$  pero habrá episodios en los que la perturbación sea notablemente más rápida o más lenta.

Los coeficientes  $z_j(t)$  pueden obtenerse de la Ec(3) como los productos internos de los vectores  $\mathbf{X}(t)$  y los patrones adjuntos de los *POPs*,  $\mathbf{P}_A^1$  y  $\mathbf{P}_A^2$

$$z_j^1(t) = \mathbf{X}(t)\mathbf{P}_A^1 \quad (5)$$

$$z_j^2(t) = \mathbf{X}(t)\mathbf{P}_A^2$$

Para un *POP* real,  $\lambda$  y  $z(t)$  son reales y la señal es una exponencial amortiguada de la señal inicial. Para un *POP* complejo,  $\lambda$  y  $z(t)$  son complejos y (3) describe una oscilación amortiguada. Los *POPs* reales se denominan patrones estacionarios y los *POPs* complejos, patrones oscilatorios que representan una migración espacial de una característica particular con sus partes real e imaginaria en cuadratura. La evolución temporal de un *POP* complejo podría expresarse como

$$\left( z_1(t+t_0) + iz_2(t+t_0) \right) = e^{-t/e_f} e^{-2\pi i t/\tau} \left( z_1^1(t) + iz_2^2(t) \right) \quad (6)$$

siendo  $t_0$  el tiempo inicial con lo que el patrón de un *POP* determinado en un tiempo posterior  $(t+t_0)$  sería

$$X(t+t_0) = z^1(t+t_0) \cdot p^1(t_0) + z^2(t+t_0) \cdot p^2(t_0) \quad (7)$$

 $P_A^1$ 

Aunque el procedimiento ha sido presentado en el espacio de las componentes principales, el modelo dinámico lineal permite un formalismo equivalente en el espacio físico.

#### 4. RESULTADOS

El análisis *POP* de la base *SED* filtrada en la banda de 18-96 meses dio como resultado un modo complejo significativo con período  $\tau = 36$  meses, tiempo de amortiguación  $e_f = 10$  meses y varianza asociada del 10%.

La Figura 2 muestra los patrones real e imaginario del modo resultante. Puede observarse claramente el ciclo (4) del modelo *POP*: la parte imaginaria  $P^2$  es reemplazada de forma gradual por la parte real  $P^1$  en un cuarto de período, es decir, 9 meses aproximadamente. Cuando se completa el segundo cuarto de período, el patrón negativo  $P^2$  domina; tres cuartos de período después, el patrón  $-P^2$  es reemplazado por el patrón  $-P^1$ . Después de un período completo (36 meses) el patrón  $P^2$  reaparece. La evolución completa mostraría una migración suave de la oscilación hacia el Este.

El periodograma de las series temporales de los coeficientes *POP*,  $z_1(t)$  y  $z_2(t)$ , y del índice *SOI*, filtrado en la misma banda que la base *SED*, muestra que las tres series tienen información común en la frecuencia de  $0.023 \text{ mes}^{-1}$ , es decir, en el período de 43 meses aproximadamente (Figura 3). El modo de oscilación de la base *SED* obtenido mediante el análisis *POP* podría estar relacionado con dicha frecuencia de la Oscilación del Sur. Esta relación continua en fase de investigación en la actualidad.

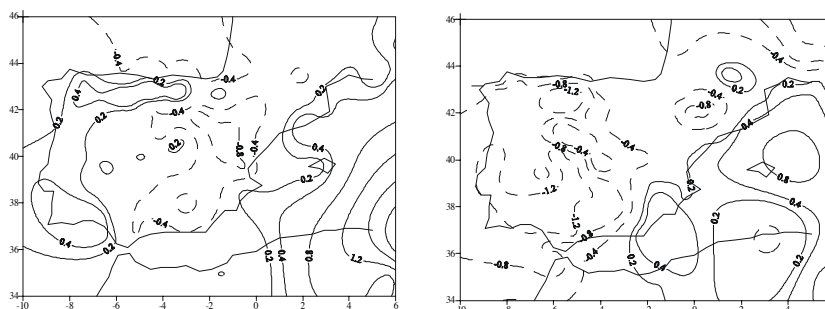


Figura 2. Patrones real (izquierda) e imaginario (derecha) del modo resultante del modelo POP.

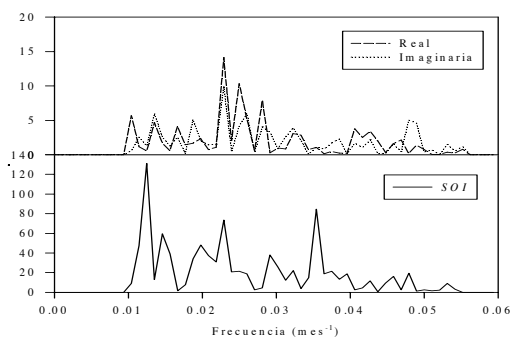


Figura 3. Periodograma de las series temporales de los coeficientes POP y del índice SOI.

A partir de los modos significativos obtenidos del análisis POP, se obtienen los campos predichos. Para cuantificar la capacidad predictiva del método POP, se utiliza un segundo esquema predictivo de referencia comparando los resultados del análisis POP con los obtenidos utilizando un modelo de referencia (XU and VON STORCH, 1990). En este trabajo, se ha utilizado como esquema de referencia el modelo de persistencia

$$P_{\text{Filtrada}}(t_0 + 1) = 0.995 P_{\text{Filtrada}}(t) - 0.005$$

Teniendo en cuenta el modo complejo obtenido del análisis POP, se obtuvo el campo predicho y se comparó con los datos filtrados del período de verificación. La Figura 4 muestra los errores absolutos cuadráticos medios de la predicción del campo de precipitación filtrada utilizando el modelo POP así como de la predicción por el modelo de persistencia. Se aprecia claramente la diferencia entre los errores del modelo de persistencia y los del modelo POP.

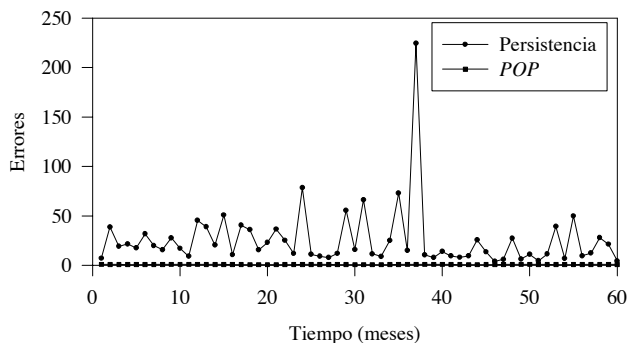


Figura 4. Errores absolutos cuadráticos medios de los modelos POP y persistencia.

La Figura 5 muestra las predicciones del campo de precipitación filtrada en el período de verificación en el observatorio de Lisboa tanto por el modelo *POP* como por el de persistencia frente a los datos observacionales. Es manifiesto el empeoramiento en la predicción del modelo de persistencia frente al obtenido por el análisis *POP*, el cual, refleja más fielmente la evolución de los datos observados.

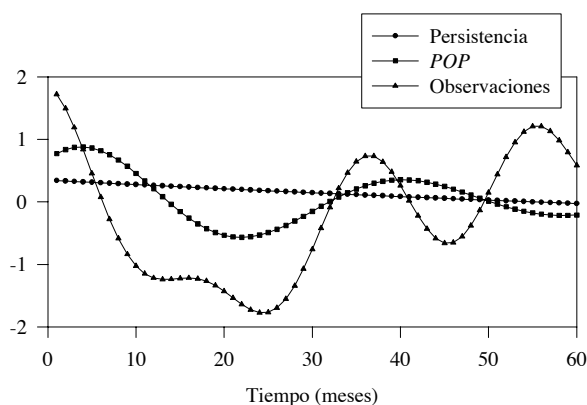


Figura 5. Precipitación filtrada predicha por los modelos *POP* y persistencia frente a los datos observados filtrados.

## 5. RESUMEN

El análisis de Patrones de Oscilación Principales (*POP*) aplicado a la base de datos *SED* (precipitación mensual acumulada en la Península) filtrada entre 18 y 96 meses mostró un modo complejo significativo con período de oscilación de 36 meses y tiempo de amortiguamiento de 10 meses. Los periodogramas de los coeficientes *POP* presentaron un período de 43 meses aproximadamente coincidente con uno de los del índice *SOI* filtrado en la misma banda que la base *SED*, lo cual podría indicar una relación entre dicho índice y la precipitación en dicha escala en la Península Ibérica.

Los resultados del análisis *POP* se compararon con los obtenidos por un modelo de referencia; en este trabajo, un modelo de persistencia. El método *POP* presentaba errores menores que los obtenidos con el modelo de persistencia. Asimismo, la predicción del modelo de persistencia reflejó menos fielmente la evolución de los datos observados que la obtenida por el análisis *POP*. Podemos concluir, por tanto, que el método *POP* resulta adecuado para el análisis de los modos oscilatorios asociados al campo filtrado de la precipitación en la Península Ibérica.

**BIBLIOGRAFÍA**

- GONZÁLEZ, J. F. (1997): *Modelo de predicción de la precipitación peninsular en climas perturbados*. Tesis Doctoral. UCM. 237 pp.
- GONZÁLEZ, J. F. *et al.* (1999): "Quality control of monthly precipitation data in the Southwest of Europe". *Climate Research*. (In press).
- VON STORCH, H., *et al.* (1990): "Simultaneous analysis of space-time variability: Principal Oscillation Patterns and Principal Interaction Patterns with applications to the Southern Oscillation". *Z. Meteor.*, **40**, 99-103.
- XU, J. (1993): "The joint modes of the coupled atmosphere-ocean system observed from 1967 to 1986". *J. Climate*, **6**, 816-838.
- XU, J. and H. von STORCH (1990): "Predicting the State of the Southern Oscillation using Principal Oscillation Pattern Analysis". *J. Climate*, **3**, 1316-1329.

**AGRADECIMIENTOS**

La financiación para llevar a cabo este trabajo fue proporcionada por el proyecto CLI97-0341-C03-01. M. L. Martín agradece a la Comunidad Autónoma de Madrid por la concesión de una Beca Postdoctoral.

