

ENSAYO METODOLÓGICO DE UN CONTRASTE DE HOMOGENEIDAD PARA SERIES CRONOLÓGICAS DE FENÓMENOS HIDROMETEOROLÓGICOS EXTREMOS

Antonio GÁZQUEZ PICÓN* y Juan Carlos PEÑA RABADÁN*

*Servei Meteorològic de Catalunya. Departament de Medi Ambient i Habitatge.
Generalitat de Catalunya

RESUMEN

La comunicación presenta el test de Wilcoxon como alternativa para probar la homogeneidad de series de precipitaciones máximas en 24 horas. Se trata, concretamente, de un test de homogeneidad absoluta, es decir, examina la serie a través de un método estadístico no paramétrico basándose en la aleatoriedad de la propia señal, sin recurrir a series vecinas.

Palabras clave: Homogeneidad, test de Wilcoxon.

ABSTRACT

The paper presents the test of Wilcoxon as alternative to test the homogeneity of series of maximum precipitations in 24 hours. The test of Wilcoxon is a test of absolute homogeneity, that is to say, examines the series through a statistical method not parametric basing on the randomness of the own sign, without resorting to neighboring series.

Key words: Homogeneity, Wilcoxon's test.

1. INTRODUCCIÓN

La ausencia de metadatos de las estaciones complica la valoración y el análisis de las series y tener que recurrir a métodos indirectos para determinar la estacionariedad y la homogeneidad de las series climáticas, dos requisitos imprescindibles para un estudio exacto y no caer en conclusiones erróneas. Conclusiones de unos estudios climáticos cada vez más focalizados en el posible cambio climático, cuyas líneas de actuación se centran en los cambios en la temperatura y precipitación y en la variabilidad climática. Al igual que los estudios centrados en el análisis de los índices de variabilidad de baja frecuencia y el desarrollo de modelos climáticos, todas estas líneas que definen y cimentan la ciencia climatológica actual tienen la necesidad de una fuente de datos original lo más precisa y fiable. Por ello, además de garantizar la continuidad de las series, es necesario un análisis inicial de las series climáticas, el resultado final del cual ha de demostrar la homogeneidad de las señales climáticas.

Desde un punto de vista metodológico hay todo de un abanico de métodos que se pueden aplicar, todos ellos contrastados bibliográficamente, pudiéndose clasificar, de forma general, en dos grandes grupos, en base a su objetividad (DUCRÉ-ROBITAILLE *et al.*, 2003):

- Los no objetivos (JONES *et al.*, 1986; KARL y WILLIAMS, 1987), se basan en la identificación visual de la discontinuidad.
- Los métodos objetivos, utilizan para probar la estacionariedad o la homogeneidad de las señales climáticas los tests estadísticos clásicos (THOM, 1966; ALEXANDERSSON, 1986; GULLET *et al.*, 1995; ALEXANDERSSON y MOBERG, 1997), modelos de regresión (EASTTERLING y PETERSON, 1995; VINCENT, 1998), aproximaciones bayesianas (PERRAULT *et al.*, 1999), el análisis de la desviación acumulada aplicada a las series climáticas (RODRÍGUEZ, 1995), o en la evaluación de la razón de Von Neumann.

El método que se va a presentar pretende probar la homogeneidad de series construidas a partir de valores extremos. La gran dificultad reside en la imposibilidad de probar la normalidad de la series. Por tanto, los tests utilizados para corroborar la homogeneidad no pueden utilizar los contrastes basados en la estadística paramétrica, sustentados en la mencionada premisa, y han de basarse en los métodos estadísticos no paramétricos, los cuales se construyen aceptando la no normalidad de la distribución.

Por otra parte, recuérdese que, para distribuciones con pronunciada asimetría o ante la presencia de valores extremos (outliers) en la misma, la media deja de ser un promedio representativo. La mediana, que no es sensible a estas circunstancias (es un estimador más robusto), tiene, por lo demás, una interesante propiedad: la probabilidad de que un valor muestral caiga por encima (debajo) de la mediana es siempre igual a $\frac{1}{2}$, cualquiera que sea la forma de la distribución objeto de estudio.

El test de Wilcoxon es posible usarlo para probar un hipótesis nula referente al valor de la mediana de la población. Las hipótesis nula y alternativa se formulan respecto a la mediana de la población y la homogeneidad de la serie vendrá marcada si ésta pertenece o no a la población.

El objetivo de la comunicación será probar el mencionado test sobre series de precipitaciones máximas en 24 horas para validar la homogeneidad de las señales climáticas.

2. DESCRIPCIÓN DE LA BASE DE DATOS

El test de Wilcoxon se trata de un test de homogeneidad absoluta, es decir, examina la serie a través de un método estadístico no paramétrico basándose en la aleatoriedad de la propia señal, sin recurrir a series vecinas.

La variable que se va a analizar va a ser la precipitación máxima en 24 horas. Los datos utilizados para el presente estudio han estado simulados a partir de la función de la hoja de cálculo Microsoft Excel™ =ALEATORIO(). Se han generado cuatro conjuntos de diez series cada uno de ellos con un total de cuarenta años por serie. El primer conjunto se trata de series aleatorias, que nos han de servir para probar la potencia del test en su análisis. El segundo y tercer conjunto de series se ha introducido un salto en el año 21. El cuarto conjunto son diez series en las que se ha simulado una tendencia que se ha desarrollado a partir de la mitad de las series.

Con este esquema se intenta reproducir los diferentes casos que nos podemos encontrar en la realidad pero asegurándonos en primer lugar la aleatoriedad de las series y enfrentando al test a diferentes causas de inhomogeneidades que pueden surgir en el análisis de las señales climáticas.

2.1. Series homogéneas

Las series homogéneas se han generado a partir de la función de la hoja de cálculo Microsoft Excel™ =ALEATORIO(), método sugerido por autores como VINCENT (1998), RODRÍGUEZ *et al.* (1999) y DUCRÉ-ROBITAILLE *et al.* (2003). Se han generado diez series de cuarenta valores cada una que para asegurar la simulación de la variable requerida se ha utilizado la función siguiente:

$$25+100*\text{ALEATORIO}()$$

Esta transformación es necesaria porque como es sabido la función original sólo da valores entre 0 y 1. La figura 1 muestra la serie número dos con su media correspondiente, representada por línea gruesa.

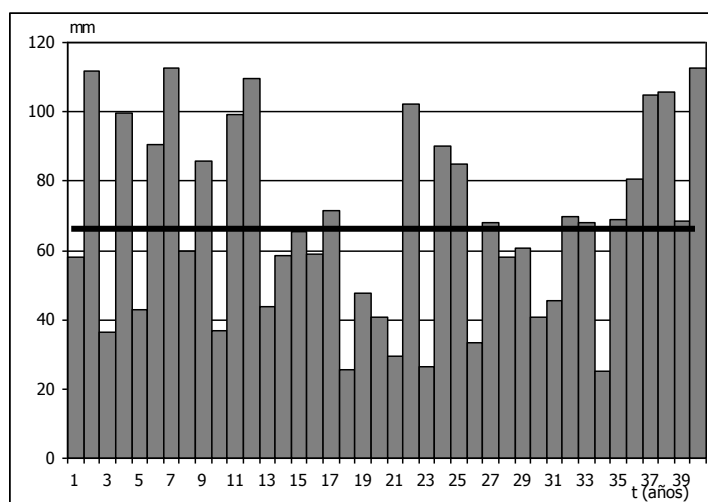


Fig. 1: Serie aleatoria creada a partir de la función $25+100*\text{ALEATORIO}()$

2.2. Series con salto

A partir de las series aleatorias originales se han creado dos conjuntos de cuarenta datos cada una en las que ha introducido un salto a partir de la mitad de la serie. La discontinuidad se ha creado a través de un factor multiplicativo. Al trabajar con precipitaciones, este factor, desde un punto metodológico, es más correcto que uno aditivo, este último reservado para valores termométricos. En definitiva, la función original quedará reescrita dependiendo de un factor N, quedando de la siguiente manera:

$$N*(25+100*\text{ALEATORIO}())$$

Donde N tomará el valor de 2 para el segundo conjunto de datos (figura 2) y de 2,5 para el tercer conjunto de datos (figura 3).

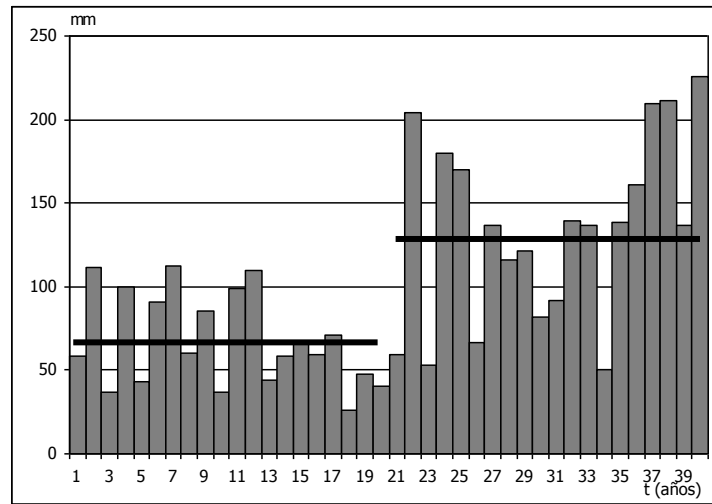


Fig. 2: Serie número 2 con un salto de proporción 2,0

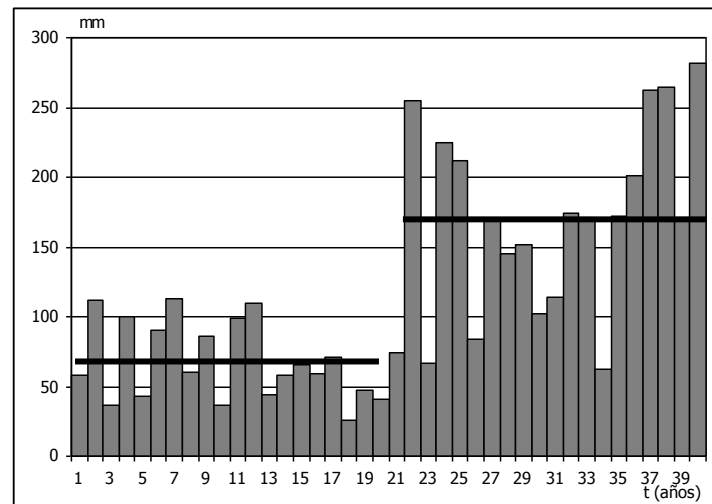


Fig. 3: Serie número 3 con un salto de proporción 2,5

2.3. Series con tendencia

Para terminar de evaluar la habilidad de la técnica para detectar las discontinuidades, se ha creado artificialmente una posible tendencia en el conjunto de series original a partir de la posición 21. La siguiente función describe como se ha simulado la tendencia:

$$N*(25+100*ALEATORIO())$$

donde N toma valor de 1 para posiciones en la serie por debajo de 21 y varía de 1,5 a 2,5 por encima de 21 con cadencia de paso de 0,1, estabilizándose a partir de la posición de la serie número 31.

La figura 4 muestra la serie número 2 con la tendencia arriba descrita. Las líneas gruesas muestran la media para la primera mitad y la tendencia para la segunda mitad de la serie.

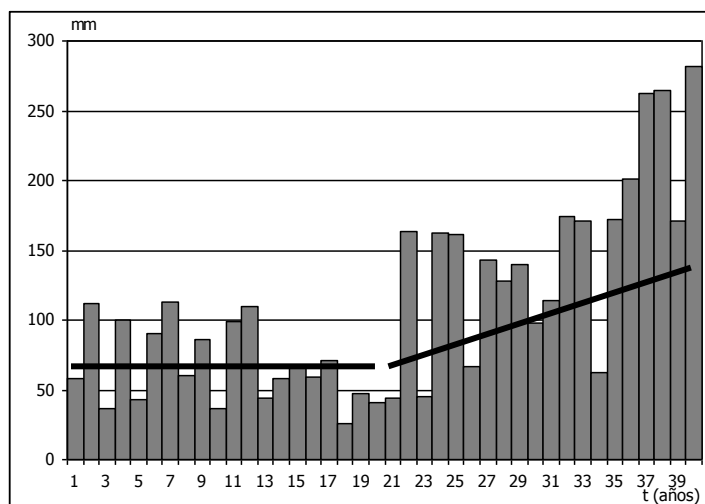


Fig. 4: Serie con una tendencia a partir del año 21

3. METODOLOGÍA

El test que se va a contrastar es la Prueba de rangos de Wilcoxon. Como se ha dicho, se trata de un método no paramétrico que utiliza el contraste de la mediana, suponiendo que la población es simétrica y continua. Los contrastes estadísticos no paramétricos proponen su particular estadístico de contraste, cuya distribución se puede obtener independientemente de la forma que pueda tener la población. Es decir, el requisito de normalidad no se ha de cumplir necesariamente.

El procedimiento para realizar el cálculo del estadístico de contraste de Wilcoxon (W) es el siguiente:

1. Se calcula la mediana de la muestra, M_0 .
2. Se calculan las diferencias (d_i) de cada valor de la serie, x_i con la mediana M_0 de la muestra:

$$d_i = x_i - M_0$$

3. Se calcula el valor absoluto de las diferencias d_i .
4. Se ordenan de menor a mayor el valor absoluto de las diferencias d_i .
5. Se otorga un rango (r_i) a cada una de las diferencias d_i ordenadas. En caso de existir un grupo de diferencias iguales, se les asignará a todas las diferencias del grupo el valor medio de los rangos que abarca ese grupo. Cuando la diferencia es cero es recomendable omitir el dato correspondiente y ajustar el tamaño de la muestra.
6. Se otorga un signo a cada rango, siendo positivo si la diferencia d_i es positiva o negativo en caso contrario.
7. Se suma por separado los rangos positivos y negativos. El estadístico W de Wilcoxon será la menor de estas sumas.

La hipótesis nula y alternativa se formulan respecto de la mediana de la población ya sea para una prueba unilateral o bilateral. En nuestro caso, el test es una prueba bilateral al formular las hipótesis nula y alternativa de la siguiente manera:

$$H_0: M = M_0$$

$$H_1: M \neq M_0$$

Es decir, contrastaremos la mediana de la muestra en las dos direcciones posibles: o puede ser mayor o puede ser menor a la mediana de la población. La suma menor del estadístico W debe asociarse a la direccionalidad de la hipótesis nula.

Para muestras con más de 25 valores, el estadístico W tiene una distribución normal, con los siguientes parámetros:

$$\mu_W = \frac{n(n+1)}{4}$$

$$\sigma_W = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

por lo que, para muestras lo suficientemente grandes, la prueba puede realizarse usando una distribución normal de probabilidad y utilizando como test de contraste la prueba Z , de la siguiente manera:

$$Z = \frac{W - \mu_W}{\sigma_W}$$

Para rechazar la hipótesis nula, el valor obtenido de z ha de ser mayor al valor obtenido de la z teórica para un nivel de significación del 95 %, es decir:

Si	$\text{abs}(z) < z_{\text{teo}}/2$	Aceptamos H_0
Si	$\text{abs}(z) \geq z_{\text{teo}}/2$	Región crítica, se rechaza H_0

En el caso de la variable analizada en el presente estudio, la precipitación máxima en 24 horas, siempre trabajaremos con muestras que superen los 30 elementos para garantizar un estudio climático correcto. Por lo tanto, en nuestro caso la normalidad está asegurada y, en consecuencia, las hipótesis de simetría y continuidad están igualmente cumplidas.

Los resultados se compararán con otras pruebas de homogeneidad para corroborar la validez o el rechazo final del método. Los tests escogidos son los de Alexandersson (ALEXANDERSSON y MOBERG, 1997) y el de Thom (THOM, 1966). La razón de dicha elección es que el primero tiene una aceptación bastante extendida entre los climatólogos para realizar las pruebas de homogeneidad de las series, mientras que el segundo se trata del test recomendado por la Organización Meteorológica Mundial (OMM).

3. RESULTADOS

3.1. Series homogéneas

Se han aplicado los diferentes tests, el de Wilcoxon (WRS), el de Alexandsson (SNHT) y el de Thom (THOM) sobre las diez series que conforman el conjunto de series potencialmente homogéneas.

El resultado se presenta en la tabla 1, el número de series identificadas como homogéneas, que es el objetivo buscado en este subapartado. Se observa que así como para WRS y SNHT todas las series han sido identificadas como homogéneas, THOM ha identificado como homogéneas nueve, habiendo una que ha identificado como no homogénea.

3.2. Series con salto

El objetivo es la identificación de las series no homogéneas tras el análisis realizado a través de los tres tests.

Con un factor multiplicativo de $N = 2$ se puede observar en la tabla 1 como los tres tests son poco sensibles a identificar la discontinuidad, si bien es precisamente el WRS el que más problemas presenta al tan sólo identificar cuatro de las diez series objeto de análisis.

En cambio, con una factor multiplicativo de $N = 2,5$ la sensibilidad de los test aumenta significativamente, especialmente en el WRS que da las diez series como no homogéneas. El de THOM es el menos sensible que identifica siete series como no homogéneas.

3.3. Series con tendencia

La sensibilidad de cada uno de los tests en identificar la tendencia será el objetivo de este tercer subapartado.

El test WRS vuelve a ser el que da mejor resultados, identificando nueve de las diez series. El segundo test es el SNHT identificando ocho de las series. Por último, destacar la poca sensibilidad del test de THOM para identificar la tendencia introducida que tan solo da como no homogéneas cuatro de las diez series.

	WRS	SNHT	THOM
Aleatoria	0	0	1
*2,0	4	6	6
*2,5	10	8	7
Tendencia	9	8	4

Tabla 1: NÚMERO DE SERIES IDENTIFICADAS COMO NO HOMOGÉNEAS PARA LAS SERIES ALEATORIAS Y LAS SERIES CON SALTO Y CON TENDENCIA PARA CADA UNO DE LOS TESTS

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Se ha presentado el test de Wilcoxon como prueba alternativa para evaluar la homogeneidad de series de valores extremos, en este caso, para precipitaciones máximas en 24 horas.

El estudio se ha centrado en evaluar la potencia del test para identificar las series homogéneas y las no homogéneas, si bien se ha obviado el análisis de la identificación de los puntos de ruptura. Este análisis es importante para facilitar el trabajo al climatólogo. De los otros dos tests presentados, sólo el de Alexandersson tiene desarrollado metodológicamente este punto.

Mención especial se merece el análisis de la tendencia la cual se puede deber una inhomogeneidad estricta o inducida por el cambio climático. Hay potentes métodos a través de los que se puede llegar a analizar esta tendencia (RODRÍGUEZ, 1995)

A pesar de esto, el test de Wilcoxon se presenta como una prueba de homogeneidad de evaluación rápida y sencilla. Los resultados demuestran que el test de Wilcoxon y el de Alexandersson son los que mejor resultados presentan, siendo el de Thom el que peor resultado da, especialmente en el apartado de identificar una tendencia dentro de la serie.

5. BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

- ALEXANDERSSON, H. (1986). "A homogeneity test applied to precipitation data." *Journal of Climatology*, 6, pp. 661-675
- ALEXANDERSSON, H. y MOBERG, A. (1997). "Homogenization of Swedish temperature data. Part I: Homogeneity test for linear trends." *International Journal of Climatology*, 17, pp. 25-34
- DUCRÉ-ROBITAILLE, J.F.; VINCENT, L.A. y BOULET, G. (2003). "Comparation of techniques for detections of discontinuities in temperature series." *International Journal of Climatology*, 23, pp. 1087-1011
- EASTERLING, D.R. y PETERSON, T.C. (1995). "A new method for detecting and adjusting for undocumented discontinuities in climatological time series." *International Journal of Climatology*, 15, pp. 369-377
- GONZÁLEZ HIDALGO, J.; MARTÍN DE LUÍS; ŠTEPÁNEK, P.; REVENTÓS, J. y CUADRAT, J.M. (2002). Reconstrucción, estabilidad y procesos de homogenizado de series de precipitación en ambientes de elevada variabilidad pluvial. *VII Reunión Nacional de Climatología. Grupo de Clima de la Asociación de Geógrafos Españoles*. Albarracín, pp. 47-57
- GULLET, D.W.; VINCENT, L. y SAJECKY, P.J.F. (1990). "Testing homogeneity in temperature series at a Canadian climate stations." CCC report 90-4. *Climate Research Branch*, Meteorological Service of Canada, Ontario, Canada, pp. 43
- KARL, T.R. y WILLIAMS, C.N. (1987). "An approach to adjusting climatological time series for discontinuous inhomogeneities" *Journal of Applied Meteorology*, 26, pp. 1744-1763
- PERREAULT, L.; BERNIER, J.; BOBÉE, B. y PARENT, E. (2000). "Bayesian change-point analysis in hydrometeorological time series. Part 1. The normal model revisited." *Journal of Hydrology*, 235, p. 221-241
- RODRÍGUEZ, R. (1995). *Análisis de Series Meteorológicas. Evaluación del Cambio Climático*. Tesis doctoral, Universidad de Barcelona.
- RODRÍGUEZ, R., LLASAT, M.C y MARTÍN-VIDE, J. (1999). *Análisis de series temporales en climatología. Modelización y homogeneidad*. Textos Docents, 165. Edicions de la Universitat de Barcelona.
- RODRÍGUEZ, R.; BARRIENDOS, M.; JONES, P.D.; MARTÍN-VIDE, J. y PEÑA, J.C. (2001). "Long pressure series for Barcelona (Spain). Daily reconstruction and monthly homogenization." *International Journal of Climatology*, 21, pp. 1693-1704.
- THOM, H.C.S. (1966). *Some methods of climatological Analysis*. WMO, nº 199
- VINCENT, L.A. (1998). "A technique for the identifications of inhomogeneities in Canadian temperature series." *Journal of Climatology*, 11, pp. 1094-1104
- VON NEUMANN, J (1941). "Distribution of the ratio of the mean square successive difference to the variance." *Annals of Mathematical Statistics*, 12, pp. 367-395.