ANÁLISIS DE TENDENCIAS A PARTIR DE LAS POSICIONES DE LOS ELEMENTOS EXTREMOS DE UNA SERIE

José Antonio LÓPEZ DÍAZ
Jefe de Sección de Técnicas Climatológicas, INM.

RESUMEN

En el presente trabajo se introduce un nuevo test de tendencia basado en las posiciones de los elementos extremos de una serie, mayores o menores. Tres versiones de este test se introducen y se aplican. La primera responde al enfoque más natural desde un punto de vista probabilístico, pero tiene el serio inconveniente de que el tiempo de cálculo crece exponencialmente con el número de extremos considerado. Este inconveniente se supera con las otras dos versiones aproximadas del test. Estos tests se aplican a tres series largas de temperatura mínima anual, y sus resultados se comparan con los de otros tests clásicos como el de Mann. Los resultados obtenidos mediante la aplicación del nuevo test a conjuntos de extremos de tamaño creciente aportan una información complementaria valiosa climatológicamente, y permiten precisar las tendencias en los extremos de las series consideradas.

Palabras clave: tendencia, temperatura mínima, extremos, posición de los extremos.

ABSTRACT

In this paper a new trend test is introduced which is based on the positions of the extreme elements of a series, either the greatest or the smallest. Three versions of this test are introduced and applied. The first one follows the more natural approach from the probabilistic point of view, although it has the serious drawback that the computing time increases exponentially with the number of extremes considered. This drawback is overcome by the other two approximate versions. These tests are applied to three long series of minimum annual temperature, and their results are compared with those of other classic tests like Mann's. The results obtained by the application of this new test to extreme value sets of increasing size provide complementary valuable climatological information, and allow the determination of the trends in the extremes of the series under study.

Key words: *trend, minimum temperature, extremes, position of the extremes.*

1. INTRODUCCIÓN

A continuación se presenta un test de tendencia basado en la posición que ocupan, en una serie de observaciones dada, los m elementos mayores (o menores) de la misma, donde m es arbitrario pero relativamente pequeño con relación al tamaño de la serie. Este tipo de test se puede aplicar en forma exacta, pero a costa de un tiempo de cálculo que crece muy rápidamente a medida que aumenta el número m de elementos considerado (en la práctica m no puede superar 6), o bien en forma aproximada, basándose en la ley χ_2 o en una aproximación normal. Estas formas aproximadas pueden ser aplicadas a valores de m tan grandes como se quiera sin ninguna restricción en cuanto a tiempo de cálculo.

El test se aplicará a tres series largas de dato diario de temperatura mínima, lo que permitirá por una parte la comparación de los resultados de las distintas versiones del test, exacta y aproximadas, y por otra la comparación con el clásico test de tendencia de Mann-Kendall (SNEYERS, 1966) o el basado en la regresión lineal sobre el año. Estos últimos tests se aplicarán no sólo a la serie de temperatura mínima anual sino también a las de número de días con temperatura menor que el primer decil y la de número de días con temperatura mayor que el último decil. Se verá que el nuevo test aporta información interesante complementaria a la dada por los tests globales clásicos, pues nos permite, entre otras cosas, determinar si la tendencia global dada por el test de Mann, en caso de haberla, se manifiesta sólo en las posiciones de los elementos mayores, sólo en las de los menores, o en las de ambos.

2. DATOS

En este estudio se han usado las series de temperaturas mínimas diarias de las estaciones de Villanubla (4º52'1"W, 41º43'5"N, 845m, prov. Valladolid), Torrevieja (0º42'39"W, 37º58'38"N, 1 m, prov. de Alicante) y Santa Cruz de Tenerife (16º14'56"W, 28º27'18"N, 36m). Estas series se seleccionaron por contar con registros prácticamente ininterrumpidos de entre los más extensos de los disponibles en el I.N.M., y porque su emplazamiento hace plausible que el efecto urbano sea pequeño o inexistente (salvo quizá en Santa Cruz, ver comentario más abajo). El año utilizado ha sido el año hidrológico septiembre-agosto.

La serie de Villanubla (1939-2000) no presenta más que algunas lagunas aisladas en algún mes, y siete lagunas en diciembre de 1965 y diciembre de 1966. La de Torrevieja (1928-2000) sólo tiene lagunas de un dato en 6 años, pero ninguna en meses invernales. En Santa Cruz de Tenerife (1932-2000) la situación es algo peor, pues, además de otras lagunas sin importancia, faltan 10 días en diciembre de 1935 y 9 en diciembre de 1939 además de los meses completos de febrero y marzo de 1940. Esto aconsejó eliminar por completo el año hidrológico 1939-1940. Además esta estación se encuentra en las proximidades del centro de la ciudad de Santa Cruz de Tenerife, que ha tenido un crecimiento importante desde los años 70. Sin embargo el observatorio está rodeado por edificios de no más de tres o cuatro pisos, a los que supera en altura. Con todo la topografía local supone una barrera a los vientos del alisio y es posible que factores como el tráfico produzcan un efecto urbano apreciable.

3. EL TEST BASADO EN LA POSICIÓN DE EXTREMOS DE UNA SERIE

Dada una serie de observaciones x_1, x_2, ... x_N que se hayan obtenido por muestreo aleatorio simple a partir de una misma población estadística, la posición que ocupan en la misma los m elementos mayores (menores) está evidentemente distribuida al azar dentro del conjunto $\{1,2,\ldots,N\}$. Más concretamente, la posición de cualquier estadístico de orden $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq ,\ldots, \leq x_{(N)}$ de la serie inicial x_i es una variable aleatoria que se distribuye equiprobablemente en $\{1,2,\ldots,N\}$. Por ejemplo el máximo de la serie tiene la misma probabilidad de estar en cualquiera de las posibles posiciones 1 hasta N, análogamente el mínimo o la mediana, etc. Por otra parte para una serie con tendencia creciente cabe esperar que los elementos mayores (menores) aparezcan en una posición retrasada (adelantada), y al contrario para tendencia decreciente. Este hecho permite diseñar un test de tendencia basado en las posiciones del subconjunto de los m elementos mayores (menores) de la serie.

3.1. Test exacto basado en la posición media

Si, para fijar ideas, las posiciones de los m elementos mayores son $p_1, p_2, \ldots p_m$, podemos diseñar un test unilateral de tendencia creciente tomando como estadístico del test la suma (o equivalentemente la media) de las posiciones $S_m = \Sigma^m p_i$, y rechazando la hipótesis nula de ausencia de tendencia si S_m excede un valor crítico. El p-valor de este test se puede determinar de manera exacta considerando todos los subconjuntos de m elementos del conjunto $\{1,2,\ldots,N\}$y contando el número de ellos, notémoslo por $NSU(S_m)$, cuya suma es superior a la hallada en nuestra serie S_m. Entonces el p-valor será igual a $NSU(S_m) / C(N,m)$ donde $C(N,m)$ es el número de combinaciones de N tomados de m en m. De forma análoga se procedería para el p-valor del test unilateral para tendencia decreciente basado en los m elementos mayores, sólo que en este caso se contarían aquellos subconjuntos de suma menor que la hallada en la serie. Con modificaciones obvias se puede llevar a cabo el test basado en los m elementos menores de la serie.

Este procedimiento tiene sin embargo el inconveniente de que cuando m crece, el tiempo de computación requerido crece de forma muy rápida. Si se intentase calcular el número de combinaciones cuya suma excede un cierto valor directamente, para una serie de unos 60 años como las consideradas en este artículo, para m=3 habría que analizar C(60,3)=34.220 combinaciones y para m=4 este número ya subiría a 487.635 que es impracticable. Sin embargo para m=2 es relativamente sencillo encontrar la fórmula para el número de combinaciones de N elementos $\{1,2,\ldots,N\}$ tomados de 2 en 2 cuya suma es menor o igual que un número dado S, nSu(N,2,S):

$nSu(n,2,S)=$ si $S < 3$

$nSu(N,2,S) = S^2/4 - S / 2+P(S)$ para $3 \beta S \beta N+1$, ($P(S) = 0$ si S par; $P(S) = 1/4$ si S impar)

$nSu(N,2,S) = N(N-1) / 2 - nSu(N,2,2N+1 - S)$ si $N+2 \beta S \beta 2N-1$

$nSu(N,2,S) = N(N-1) / 2$ si $S \rho 2N - 1$

Y para m =3 se puede expresar nSu(N, 3, S) recursivamente en función de nSu(N, 2, x), y, en general, nSu(N, m, S) en función de nSu(N, m-1, x), etc. Aún así, no es posible llegar en la práctica más allá de m=4 (salvo para valores de S suficientemente pequeños que dan un nSu también pequeño) porque los requerimientos en memoria y tiempo se hacen prohibitivos. En este trabajo se dan los valores hasta m=6, pero ello ha sido posible a base de calcular explícitamente las fórmulas para nSu(N,3,S) y de nSu(N,4,S) que son de estructura bastante más compleja que la dada arriba para m = 2.

3.2 Test aproximado χ_2

Hemos visto antes que bajo la hipótesis nula la posición p_i del estadístico de orden i-ésimo estadístico de orden de la serie, o sea, del i-ésimo valor en la serie ordenada, tiene la misma probabilidad 1/N de tomar cualquiera de los valores $\{1,2,\ldots,N\}$. Entonces la función de distribución de la posición "normalizada", $\pi_i = (p_i - 0.5) / N$ estará próxima a la de una variable aleatoria uniforme en [0,1], U[0,1]. Esta aproximación será evidentemente tanto mejor cuanto mayor sea N, pues los escalones de la variable discreta π_i se irán haciendo más pequeños.

Podemos aplicar entonces el conocido resultado que si x es una variable aleatoria que se distribuye uniformemente en [0,1], x - U[0,1], entonces - 2 Log[x] - χ_2 (2) (ver p.ej. GRIMMETT y STIRZAKER, 1992). Las N variables aleatorias π_i son aproximadamente independientes, aunque no exactamente. Para ver que no lo son exactamente basta fijarse en que para $i \neq j$ tiene que ser obviamente $p_i \neq p_j$ ya que dos elementos de la serie no pueden ocupar la misma posición, y por tanto prob(p_i =k, p_j =k) = 0 que es distinto del producto de prob(p_i =k) y prob(p_j =k). Para un mismo N las m π_i serán tanto más aproximadamente independientes cuanto menor sea m, pues el efecto de "lugar ya ocupado" disminuye.

Por tanto tendremos que, de forma aproximada, -2 Σ Log [π_i] - χ_2 (2 m). Conviene tener presente para lo que sigue que valores grandes de los π_i dan valores pequeños de - Log [π_i].

De acuerdo a lo anterior rechazaremos la hipótesis nula de no existencia de tendencia a favor de la alternativa de tendencia creciente en el test basado en las posiciones de los m elementos mayores si prob (J < -2 Σ Log [π_i]) es suficientemente pequeña, donde J es una variable aleatoria distribuida según χ_2 (2 m). O bien podemos fijarnos en las variables 1- π_i cuya distribución sigue las mismas pautas descritas antes, y rechazar la hipótesis nula si Pr (J > -2 Σ Log [1-π_i]) es suficientemente pequeña. Las dos probabilidades anteriores son distintas en general y por tanto tenemos dos opciones a la hora de construir el test.

Para decidirse por una de las alternativas, lo más sencillo es proceder de manera que los resultados del test se parezcan lo más posible a los del test basado en la suma de las posiciones del párrafo anterior, cuyo enfoque es el más natural. Este criterio conduce a escoger la primera opción ya que para x pequeño es Log (1-x) $\equiv$ -x, y por tanto para π_i próximo a 1(como cabe esperar si la serie es creciente) es - Log [π_i] $\equiv$ 1- π_i y rechazamos aproximadamente si Σ π_i es suficientemente grande. Las mismas consideraciones aplicadas al caso en que basemos el test para tendencia creciente en las posiciones de los elementos menores en vez de los mayores nos llevan a rechazar si Pr (J < -2 Σ Log [1-π_i]) es pequeña. En suma, al objeto de aproximarnos lo más posible al test basado en la suma de las posiciones, es conveniente usar siempre la cola de la izquierda en la distribución χ_2 , y para ello basarse en π_i o 1- π_i según convenga (depende de que contrastemos tendencia creciente o decreciente y de que usemos las posiciones de los elementos mayores o menores).

En esta forma el test no presenta ningún problema para su aplicación en forma unilateral. Pero al intentar aplicarlo en forma bilateral, en forma similar a como se suele aplicar el test de Mann y los otros de tendencia, pueden surgir problemas. Por una parte el signo de la tendencia se obtiene sin dificultad comparando (suponiendo para fijar ideas que lo usamos sobre un subconjunto de elementos mayores) las cantidades -2 Σ Log [π_i] y -2 Σ Log [1-π_i], y concluyendo en tendencia creciente si es menor la primera de ellas y entonces usándola como hemos visto antes para hallar el p-valor. Si es menor la segunda se usa esta para dar el p-valor de la tendencia decreciente.

Tal como se ha descrito este test sólo se puede aplicar estrictamente en forma unilateral. Si, no obstante, queremos dar un p-valor para la forma bilateral lo más natural parece multiplicar por dos el nivel del test unilateral del test aplicado según la tendencia detectada correspondiente. Esto es lo que se hará en el presente trabajo, al objeto de dar valores comparables con el del resto de los tests que se aplican en forma bilateral, como es natural para detectar tendencias sin especificar signo *a priori*. Sin embargo procediendo de esta forma existe la posibilidad de obtener p-valores mayores que 1, lo cual es obviamente absurdo. Esto sucederá cuando para un subconjunto de extremos dado existan a la vez posiciones muy atrasadas (que hacen $-2\ \Sigma\ \mathrm{Log}\ [\pi_i]$ grande) y muy adelantadas (que hacen $-2\ \Sigma\ \mathrm{Log}\ [1-\pi_i]$ grande) con lo que ambos p-valores unilaterales, según el criterio antes descrito, pueden superar 0.5.

En el presente trabajo esto sólo sucedió en un caso al aplicar el test a la serie de Santa Cruz de Tenerife (tabla 6), y el p-valor correspondiente aparece como 1.00*. A efectos prácticos este inconveniente no es tan serio como podría parecer a primera vista, ya que cuando el test está lejos de rechazar la hipótesis nula tenemos, en cualquier caso, menos interés en precisar el nivel alcanzado por el test.

3.3 Test aproximado normal

Partimos de la misma propiedad vista antes respecto a la distribución de la posición, convenientemente "normalizada" entre 0 y1, de los estadísticos de orden, $\pi_i = p_i / (N+1)$, donde ahora definimos las π_i de modo que dividan en partes iguales al intervalo [0, 1]. Sabemos que las π_i tienen una función de distribución aproximadamente U[0,1]. Entonces con este grado de aproximación la variable $P_i = F_Z^{-1}(\pi_i)$, donde F_Z denota la función de distribución de la variable aleatoria normal estándar, se distribuye como una variable normal estándar (ver p.ej. GRIMMET y STIRZAKER, 1992).

Como ya vimos que las N variables aleatorias π_i son aproximadamente independientes tendremos que, de forma aproximada,

$$Z_m = \Sigma\, P_i\, \sqrt{m} - N(0,1)$$

Basándonos entonces en el estadístico Z_m, cuya distribución bajo la hipótesis nula aceptamos que es normal estándar, el test se aplica como el de Mann, por ejemplo, sin más que tener en cuenta la cola de la distribución normal estándar que hay que considerar, y que depende de que tomemos extremos mayores o menores de la serie como ya se discutió.

Esta versión del test no tiene evidentemente el inconveniente de la anterior basada en la distribución χ_2 al emplearlo en forma bilateral. En cambio, cuando la tendencia es muy acusada (o sea, los extremos considerados están muy acumulados al principio o al final de la serie) este test tiende a subestimarla (los p-valores dados por él son considerablemente mayores). Por ejemplo, con una serie de N = 60 elementos, tomando el subconjunto de m = 2 elementos mayores, suponiendo que fuesen justo los dos últimos de la serie, el test en su versión exacta basada en la posición media dará un p-valor (unilateral) p1 = 1/C(60,2) = 0.00056, el test χ_2 da un p-valor p2 = 0.00055, mientras que el test basado en la aproximación normal da p3 = 0.0025. Para m = 3 suponiendo como antes el caso extremo de que ocupen los tres últimos lugares de la serie los valores obtenidos son respectivamente 3.10^{-5} , 7.10^{-5} y 6.10^{-4} . Observamos una diferencia de un orden de magnitud entre el test en esta aproximación normal y el exacto o el aproximado χ_2 .

4. ANÁLISIS DE SERIES DE TEMPERATURA MÍNIMA ANUAL

4.1 Serie de Villanubla

En la tabla 1 se recogen los p-valores del test de tendencia de Mann (en forma bilateral) y de la regresión lineal (ambos con signo positivo o negativo según la tendencia creciente o decreciente, igual que en todo lo que sigue) aplicado a la serie de temperaturas mínimas anuales de Villanubla (segunda columna), a la serie de número de días cada año con T mínima menor que el primer decil y a la de número de días con T mínima mayor que el último decil (tercera y cuarta columnas) (NICHOLLS y MURRAY, 1999). En esta tabla y en todas las de este artículo se indican con negrita aquellos p-valores inferiores al 5%, y con negrita y cursiva aquellos por debajo de 1%. También se consignan en la última fila las tendencias registradas (en grados o días por decenio respectivamente). Se constata que la serie de T mínima anual tiene una tendencia creciente significativa al 5% (casi al 1% para el test de Mann). Sin embargo esta tendencia no aparece en la serie de número de días al año con temperatura mínima por debajo del primer decil (ni en la de días por encima del noveno decil).

Tabla 1: TEMPERATURAS MÍNIMAS DE VILLANUBLA

1939-2000	T Min anual	ND ≤ $Q_{0.1}$	ND ≥ $Q_{0.9}$
p-valor Mann	**.016**	.94	-.36
p-valor regr.	**.037**	.90	-.41
Pendiente	.38°C/dec.	.13 D/dec.	-.69 D/dec

Tabla 2: TEST BASADO EN LA POSICIÓN DE LOS EXTREMOS. VILLANUBLA

m		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	20
Me-	Exac.	.47	.60	.19	.18	.14						
nor	Ji2	.46	.48	.19	.15	.12	.09	.27	.42	.29	.31	.27
	Nor.	.51	.63	.18	.19	.16	.10	.13	.19	.16	.22	.24
Ma-	Exac.	**.017**	***.0006***	**.017**	**.044**	**.027**						
yor	Ji2	**.016**	***.0009***	.06	.14	.08	.10	.11	.12	.07	**.03**	.18
	Nor.	**.035**	***.003***	**.013**	**.033**	**.028**	**.045**	.07	.10	.06	**.034**	.12

La tabla 2 contiene los resultados obtenidos al aplicar los dos tipos de test (en forma bilateral) basados en la posición de los elementos menores y mayores, tanto la versión exacta basada en la posición media como las aproximadas χ_2 y normal. El test exacto se ha aplicado para los subconjuntos de m=2, 3, 4, 5 y 6 elementos. Por ejemplo, para las posiciones de los 4 elementos menores obtenemos un p-valor para el test exacto de 19%. El test aproximado se ha aplicado también para valores de m mayores (m = 8, 10, 12, 14, 16 y 20). Vemos que se obtienen valores significativos al 5% para el test exacto sobre las posiciones de los elementos mayores de la serie, y para m = 3 el p-valor es muy bajo, 0.0006. El test usando la χ_2 da valores consistentes con el anterior, más próximos cuanto más significativo resulta el test, y en general mayores. La aproximación normal aproxima incluso mejor los niveles significativos con los elementos mayores, salvo el muy bajo para m=3, de acuerdo con lo ya discutido en el punto 3.3.

Podemos concluir que en Villanubla la tendencia creciente de la serie se refleja en que las temperaturas mínimas anuales más altas tienden a acumularse en los años más recientes. Sin embargo, las temperaturas mínimas anuales más bajas no se sitúan preferentemente en años al principio de la serie de forma que permitan concluir en una tendencia por sí solos.

4.2 Serie de Torrevieja

Esta estación muestra una tendencia global muy significativa para las T mínimas anuales como se observa en la tabla 3. La temperatura mínima anual aumenta 0.47ºC/decenio con un p-valor del test de Mann muy pequeño, menos de 0.01%, y menor aún para la regresión lineal.

Tabla 3: TEMPERATURAS MÍNIMAS DE TORREVIEJA

1928-2000	T Min anual	ND $\leq Q_{0.1}$	ND $\geq Q_{0.9}$
p-valor Mann	***.000015***	**-.002**	***.003***
p-valor regr.	***7*10^{-6}***	***-.006***	***.003***
Pendiente	.47ºC/dec.	.3.5 D/dec.	3.9 D/dec

De igual forma las series de nº de días en el primer y último intervalos delimitados por los deciles revelan tendencias claras acordes con la tendencia creciente en la temperatura mínima, esto es, decreciente el nº de días por debajo del primer decil y creciente el nº de días por encima del último decil. Para hacerse una idea de la fuerza de estas tendencias basta observar que la tendencia de cerca de 3.5 días por decenio en el número de días por debajo del primer decil da un descenso de unos 24 días sobre el periodo considerado, lo que supone 2/3 del valor esperado de unos 36 días.

Tabla 4: TEST BASADO EN LA POSICIÓN DE LOS EXTREMOS. TORREVIEJA

m		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	20
Menor	Exac	.99	.77	.61	.49	.37						
	Ji2	.81	.57	.40	.29	.20	.10	.05	**.029**	.06	**.035**	**.014**
	Nor.	.98	.81	.69	.60	.49	.33	.23	.16	.22	.15	.07
Mayor	Exac	**.032**	***.003***	***.0035***	***.002***	***.0015***						
	Ji2	**.032**	***.004***	***.004***	***.003***	***.002***	***.0004***	***.0003***	***.0005***	***.0006***	***.0006***	***.0005***
	Nor.	**.049**	**.011**	**.012**	**.010**	***.009***	***.003***	***.002***	***.003***	***.003***	***.003***	***.003***

El análisis basado en las posiciones de los años extremos de la serie se recoge en la tabla 4. Se observa de nuevo, en forma similar al caso de Villanubla, que son los años de temperaturas mínimas más altas los que de forma muy nítida se acumulan hacia el final de la serie, con p-valores considerablemente inferiores al 1% para todos los valores de m salvo m = 2 con el test de la posición media y el aproximado χ_2 y muy buen acuerdo entre estas dos versiones del test. El test aproximado normal da p-valores un orden de magnitud superiores aproximadamente.

En contraste con lo anterior, y de forma parecida a Villanubla, los años en que se dan las temperaturas mínimas más bajas sólo dan tendencia significativa al 5% para m mayor que 10 (y sólo con el test χ_2).

4.3 Serie de Santa Cruz de Tenerife

En Santa Cruz hay tendencia global creciente significativa al 5% en las T mínimas anuales, con un p-valor similar al de Villanubla. Pero a diferencia de esta estación, las series de número de días por debajo o por encima del primer y último decil respectivamente muestran una tendencia extremadamente significativa y pendientes de más de 5 y 6 días respectivamente por decenio. Esto supone que a largo de los casi 70 años considerados los números de días por debajo del primer decil han descendido un 100% del valor esperado.

Tabla 5: TEMPERATURAS MÍNIMAS DE SANTA CRUZ

1932-2000	T Min anual	ND $\leq Q_{0.1}$	ND $\geq Q_{0.9}$
p-valor Mann	**.017**	***-.00009***	***.000001***
p-valor regr.	**.022**	***-.0002***	***$5*10^{-8}$***
Pendiente	.16 ºC/dec.	-5.2 D/dec.	6.5 D/dec.

Sin embargo, como se deduce de la tabla 6, el análisis de las posiciones de los valores mayores y menores de la serie da resultados mucho menos definidos que en el caso de Torrevieja. Tan sólo aparecen valores significativos al 5% para los grupos de entre m = 8 y 12 aproximadamente valores menores con el test χ_2, aunque al 10% el rango se extiende desde m = 4 a 12 para ambas versiones.

Tabla 6: TEST BASADO EN LA POSICIÓN DE LOS EXTREMOS. SANTA CRUZ

m		2	3	4	5	6	8	10	12	14	16	20
Me	Exac	.24	.12	.06	.07	.07						
-nor	Ji2	.23	.11	.06	.06	.06	.05	**.041**	**.032**	.22	.28	.31
	Nor.	.25	.13	.07	.08	.09	.10	.10	.10	.14	.21	.24
Ma-	Exac	.30	.93	.50	.41	.33						
yor	Ji2	.34	1.00*	.82	.67	.56	.40	.29	.17	.08	.18	.46
	Nor.	.23	.81	.48	.41	.36	.28	.22	.15	.09	.12	.24

En cambio los valores mayores de la serie, cuya disposición delataba tan claramente la tendencia creciente en Villanubla, y, sobre todo, Torrevieja, no se distribuyen en Santa Cruz de forma que haga sospechar la tendencia global (sólo para m = 16 es significativo al 10%).

5. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Del anterior análisis de tres series largas de temperatura mínima anual se desprende que no existe una relación sencilla entre la tendencia global de la serie (medida por ejemplo por el test de Mann) y los resultados del nuevo test aplicado a las posiciones de los elementos mayores y menores. Por tanto el nuevo test efectivamente aporta información complementaria interesante no redundante.

En efecto, de una parte cabría esperar en principio que los tests aplicados a los elementos mayores y menores dieran resultados similares, pero hemos visto que esto no es así. El caso de Torrevieja, donde la tendencia global es más clara, es muy ilustrativo. Pese a los p-valores bajísimos del test de Mann y de la regresión lineal sobre el año, así como de los tests sobre los números de días en el primer y último deciles, las posiciones de los subconjuntos de hasta los 8 menores valores en la serie no dejan traslucir por sí solas la existencia de tendencia. Ésta, por otra parte, se refleja con firmeza en las posiciones de todos los subconjuntos de los elementos mayores de tamaño desde 2 a 20. Estamos entonces justificados en concluir que, a pesar de la clara tendencia creciente, las temperaturas mínimas anuales en Torrevieja han mostrado una notable resistencia a dejar de ser muy bajas de vez en cuando en esta localidad en los años más recientes. Las mínimas más altas, en cambio, son claramente más frecuentes en años recientes.

Villanubla ofrece rasgos similares, aunque atenuados por tener aquí la tendencia creciente claramente menos fuerza. Esta se traslada con cierta intensidad a las posiciones de los valores más altos de la temperatura mínima como en Torrevieja, y está ausente en las de los valores más bajos. Pero en Santa Cruz de Tenerife observamos una situación distinta y, en cierto modo, un tanto sorprendente. En efecto, a pesar de que la tendencia en la temperatura mínima anual es similar a la de Villanubla, o incluso mayor, ya que aquí el número de días con temperaturas mínimas por debajo del primer decil decrece con gran claridad (a un ritmo de más de 5 días por decenio), los tests basados en las posiciones de los elementos extremos de la serie dan resultados menos claros. Si acaso son las posiciones de los valores más bajos las que aquí revelan la tendencia, pero no las de los mayores como en las otras dos series peninsulares. Es posible que los factores locales ya comentados en el apartado 2 expliquen este cambio en los comportamientos de las mínimas más altas con relación a las más bajas, de tal modo que estas últimas acusen el efecto urbano.

6. REFERENCIAS

FELLER, W. (1968): "*An introduction to probability theory and its applications*". Vol. 1 y 2 (1971). Wiley, New York.

GRIMMETT, G.R. Y STIRZAKER, D.R. (1992): "*Probability and random processes*". (2ª ed.). Oxford University Press.

NICHOLLS, N., MURRAY, W. (1999): "Workshop on indices and indicators for climate extremes". Asheville, NC, USA, 3-6 June 1997. Group B: Precipitation, *Climatic Change*, 42, 23-29.

GROISMAN, YA., KARL, T.R. *et al.* (1999): "Changes in the probability of heavy precipitation: important indicators of climatic change, *Climatic Change,* 42, 243-283.

SNEYERS, R. (1966): *"Sur l'analyse statistique des series d'observations"*, WMO Publication, nº 199.